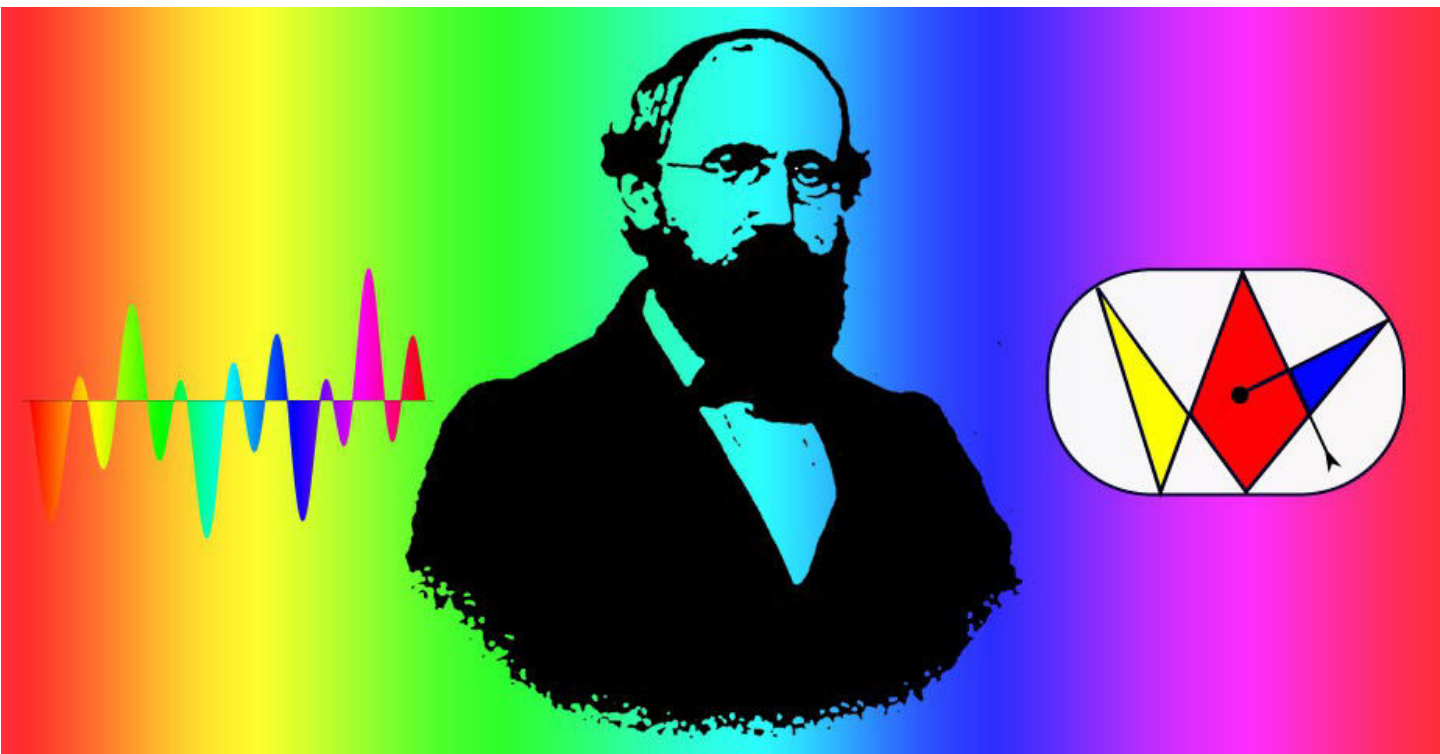
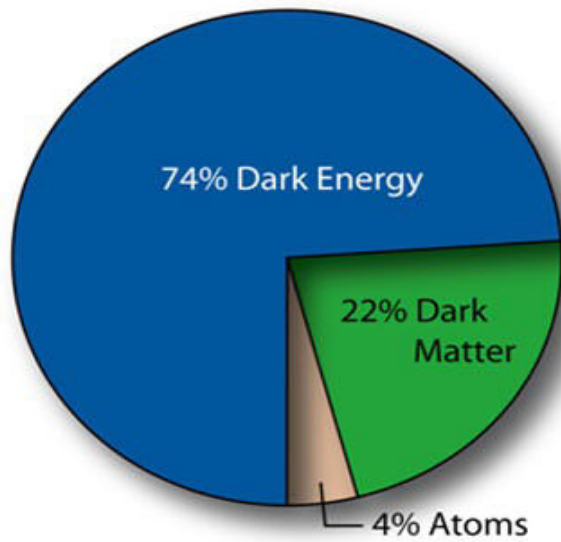
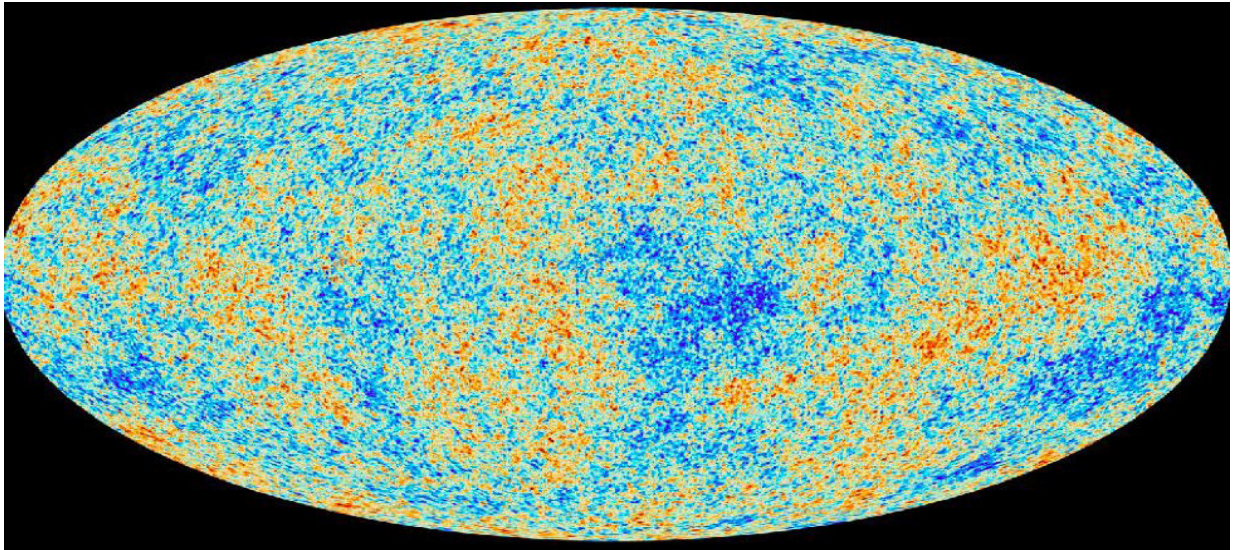


La hipótesis de Riemann *y la Física*



Germán Sierra
Instituto de Física Teórica UAM-CSIC
Semana de la Ciencia 2013
Residencia de Estudiantes, Madrid

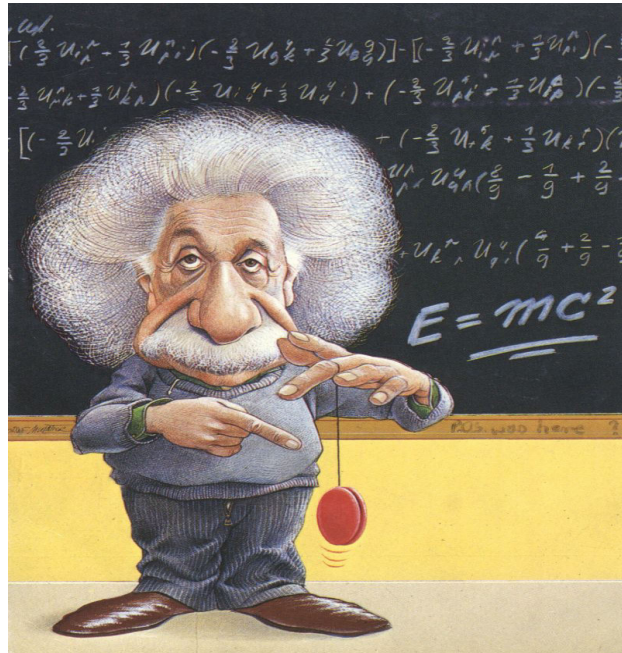
Nuestro Universo



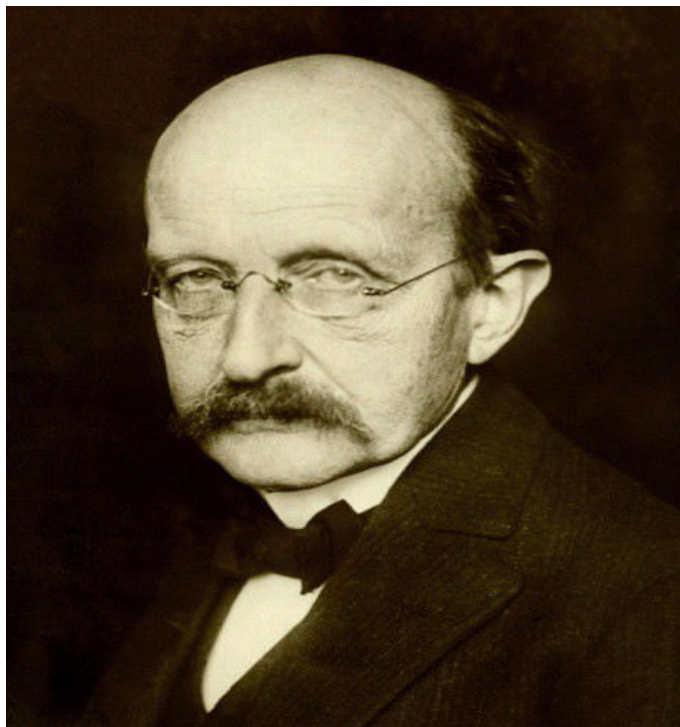
Three generations of matter (fermions)

	I	II	III		
mass	2.4 MeV/c ²	1.27 GeV/c ²	171.3 GeV/c ²	0	7 GeV/c ²
charge	2/3	2/3	2/3	0	0
spin	1/2	1/2	1/2	1	0
name	u up	c charm	t top	γ photon	H Higgs boson
Quarks	4.2 MeV/c ² -1/3 1/2 d down	104 MeV/c ² -1/3 1/2 s strange	4.2 GeV/c ² -1/3 1/2 b bottom	0 0 0 1 g gluon	
	<2.2 eV/c ² 0 1/2 ν_e electron neutrino	<0.17 MeV/c ² 0 1/2 ν_μ muon neutrino	<15.5 MeV/c ² 0 1/2 ν_τ tau neutrino	81.2 GeV/c ² 0 0 1 Z⁰ Z boson	
	0.511 MeV/c ² -1 1/2 e electron	105.7 MeV/c ² -1 1/2 μ muon	1.777 GeV/c ² -1 1/2 τ tau	80.4 GeV/c ² ±1 1 W[±] W boson	
Leptons					Gauge bosons

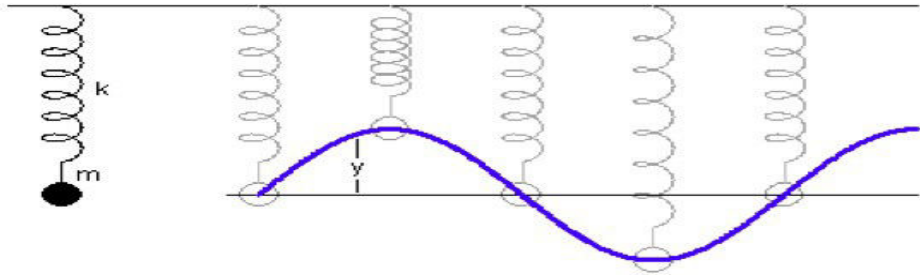
Teoría de la Relatividad



Mecánica Cuántica



El oscilador armónico

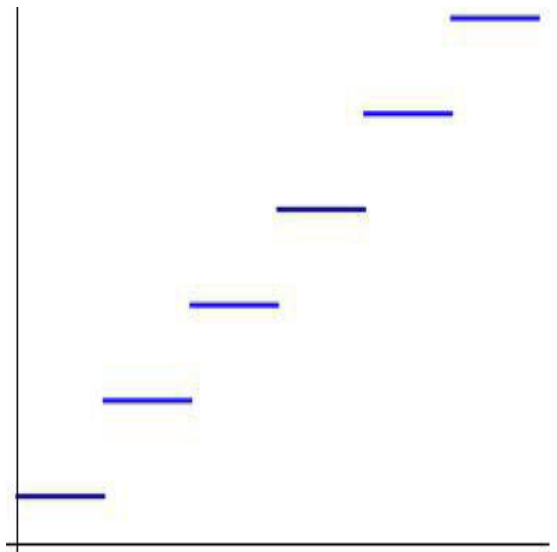
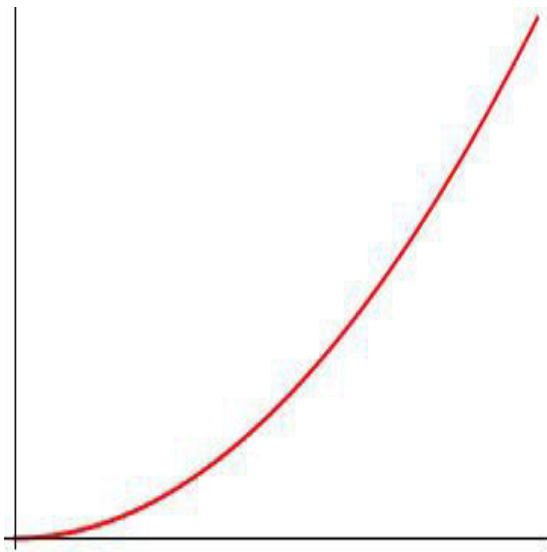


Física clásica

Física cuántica

Energía

Energía

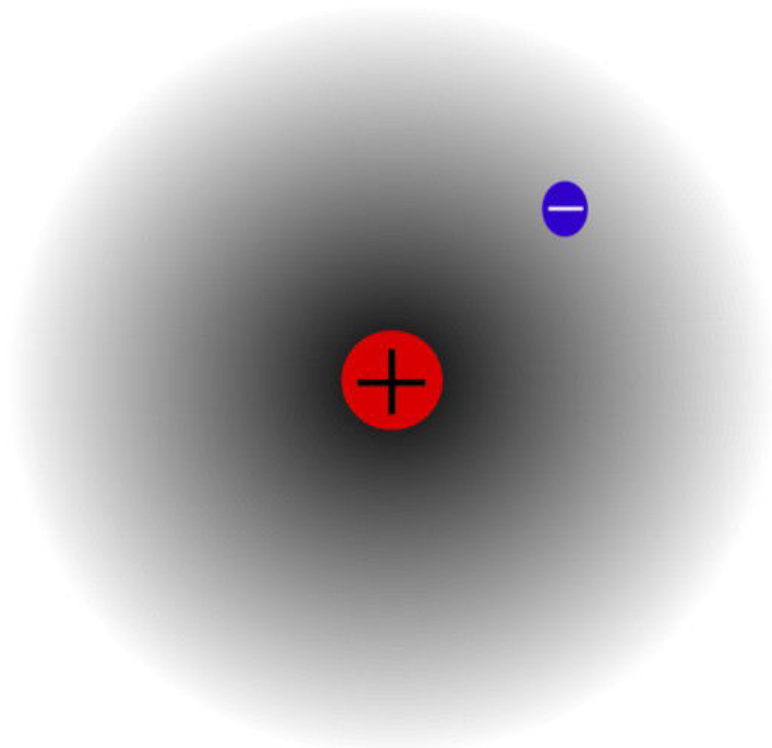


Amplitud

$$E_n = h \nu (n + 1/2)$$

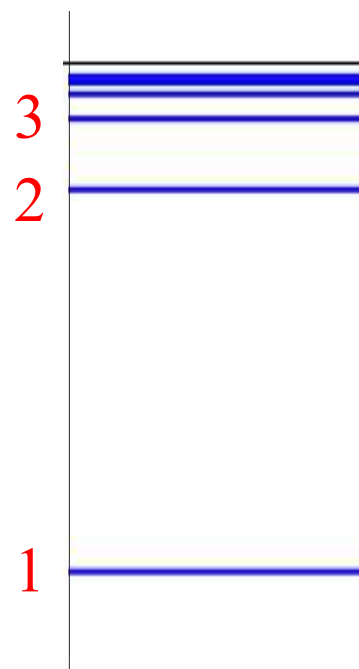
$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Átomo de Hidrógeno



$$E_n = \frac{-13.6}{n^2} (ev)$$

Energías



Lo cuántico es el número hecho realidad



Pitágoras enseñando Música en Atenas



Euclides
325-265 AC

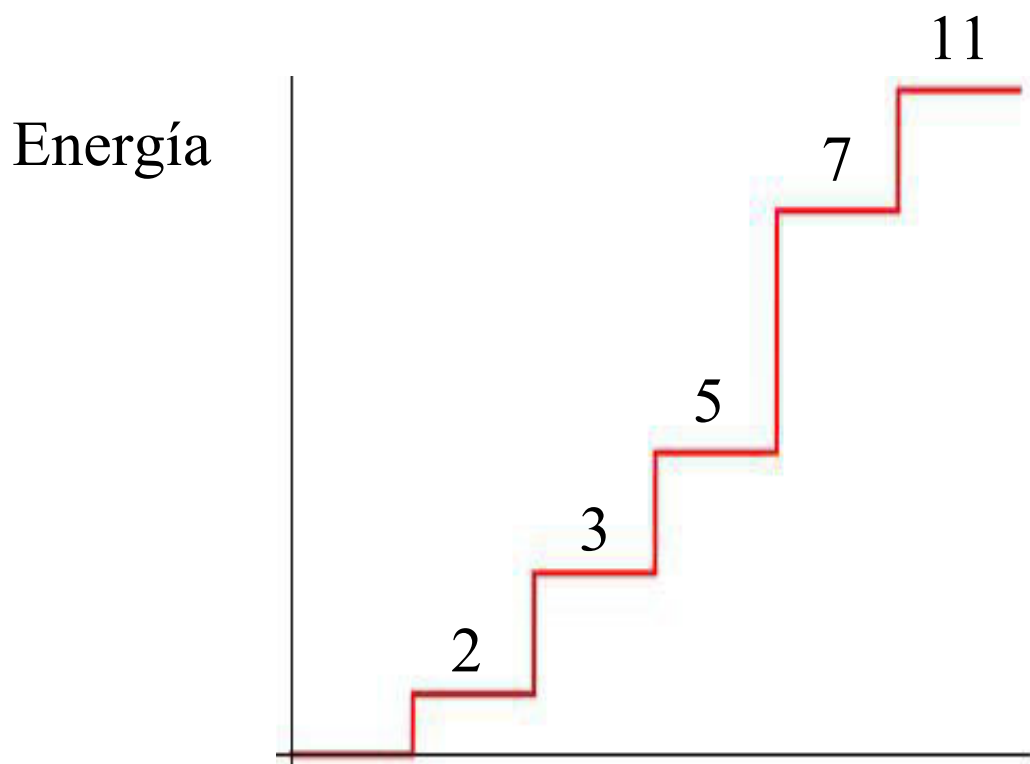
Número entero = primo₁ x primo₂ x primo₃ x...

$$14677749 = 3 \times 23 \times 43 \times 51 \times 97$$

Existen infinitos números primos

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,

¿Existe un oscilador armónico PRIMO?



Problema:

los primos son “caprichosos” y no parecen seguir ninguna regla salvo la del puro azar

Es improbable que los primos sean energías cuánticas

Sin embargo podrían ser tiempos (períodos de órbitas clásicas)

La respuesta está en la

Hipótesis de Riemann



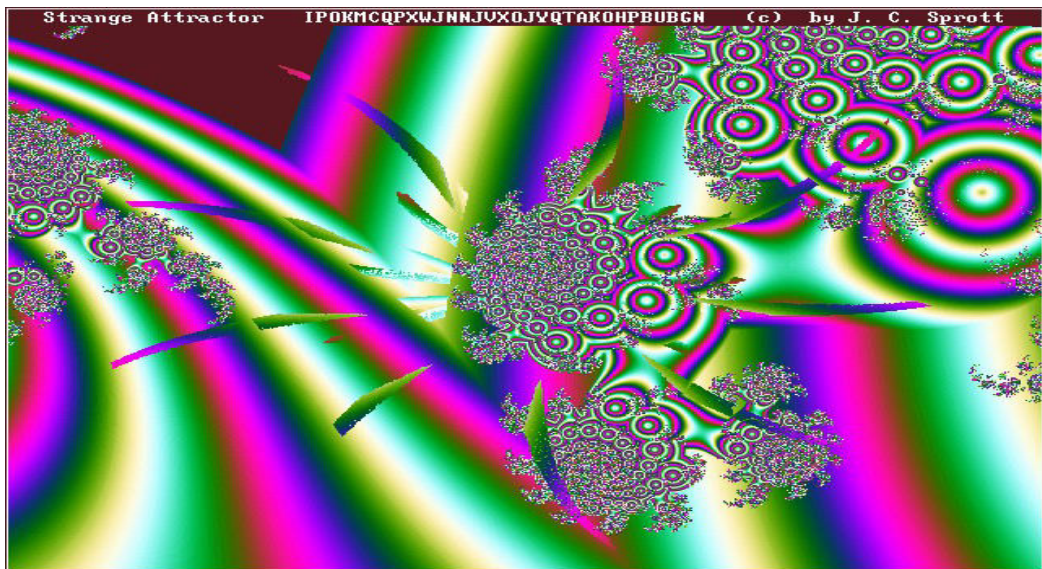
Desenlaces

La HR puede ser verdadera o falsa

Si es verdadera: “Los primos tienen armonía”



Si es falsa: “En los primos anida el caos”

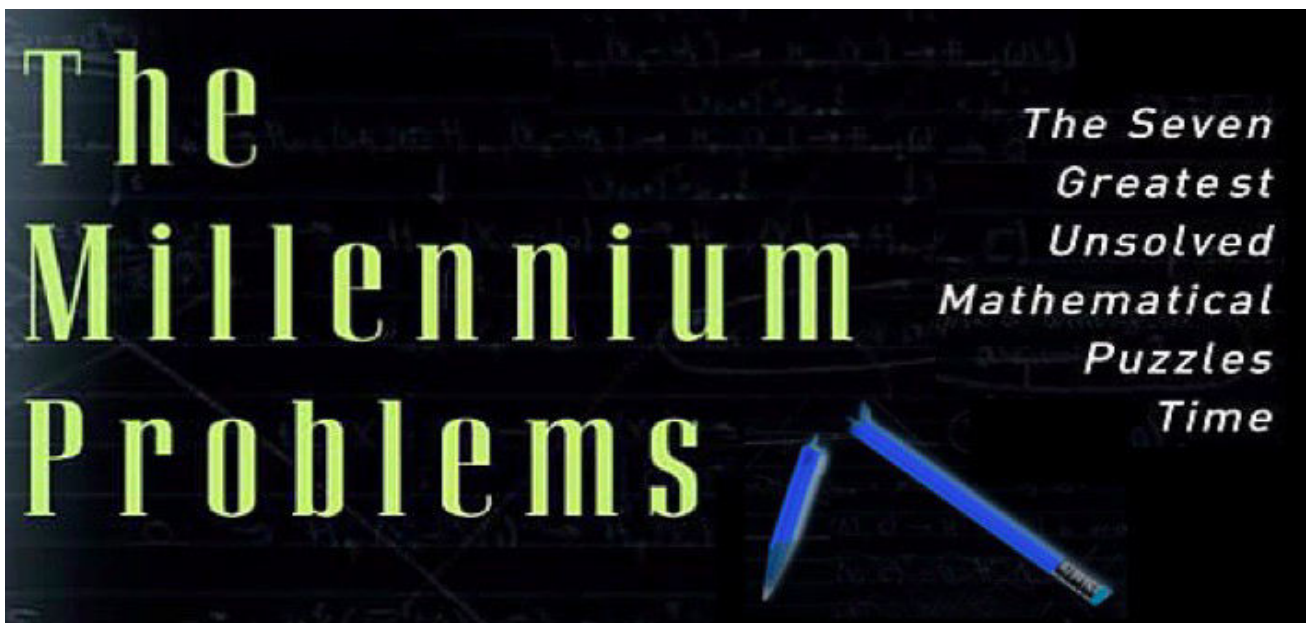


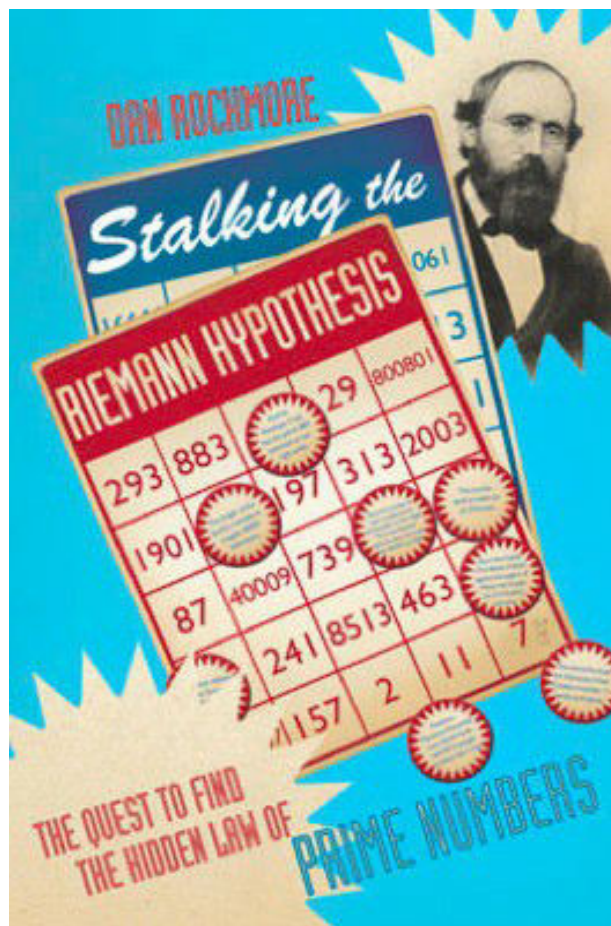
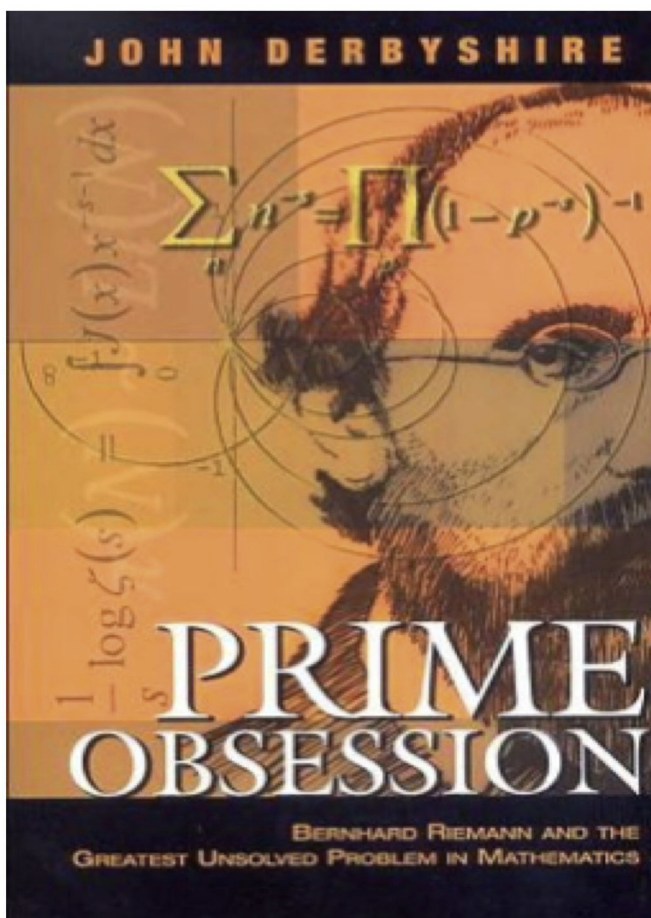
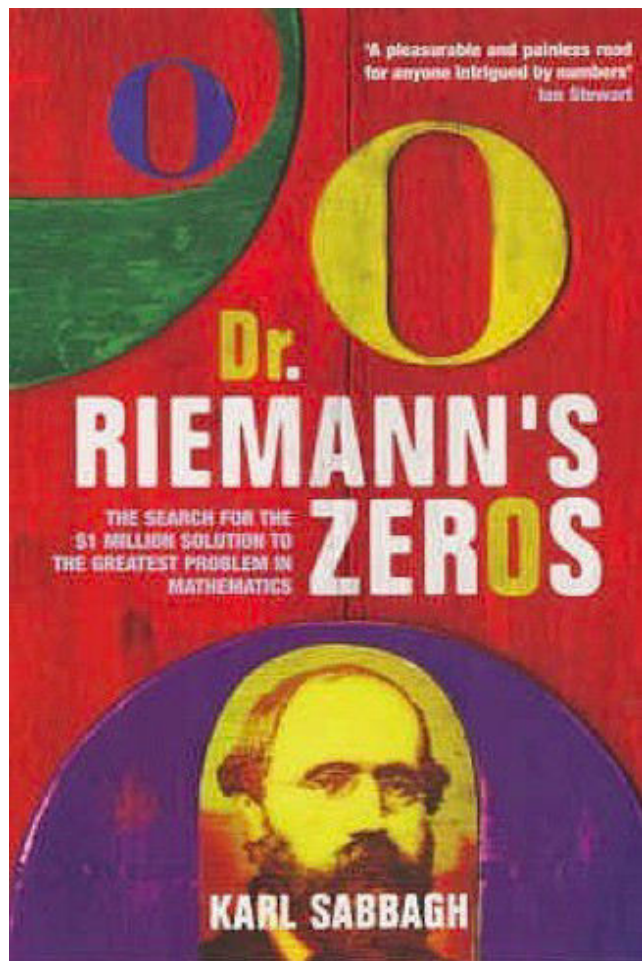
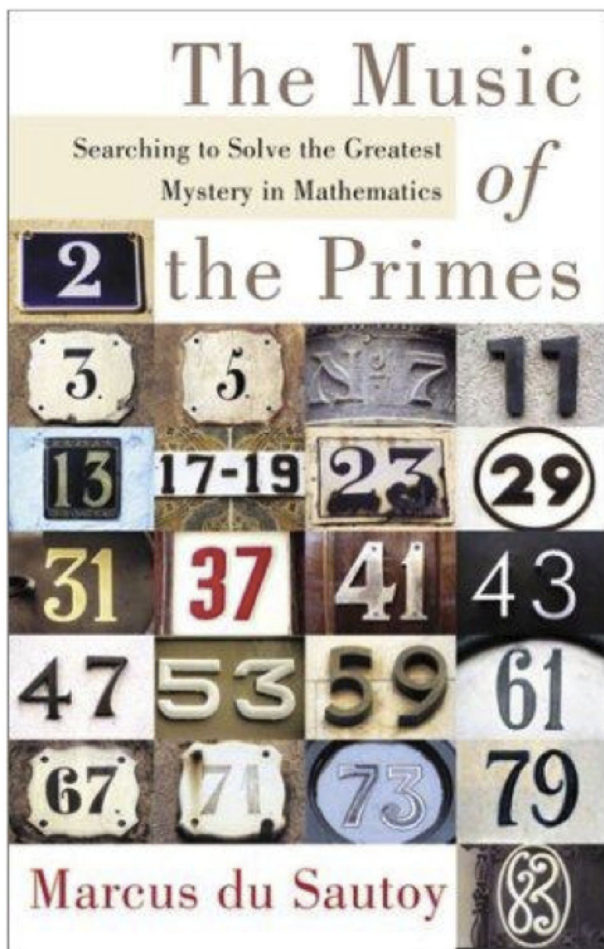
Famous Problems



in the History of Mathematics

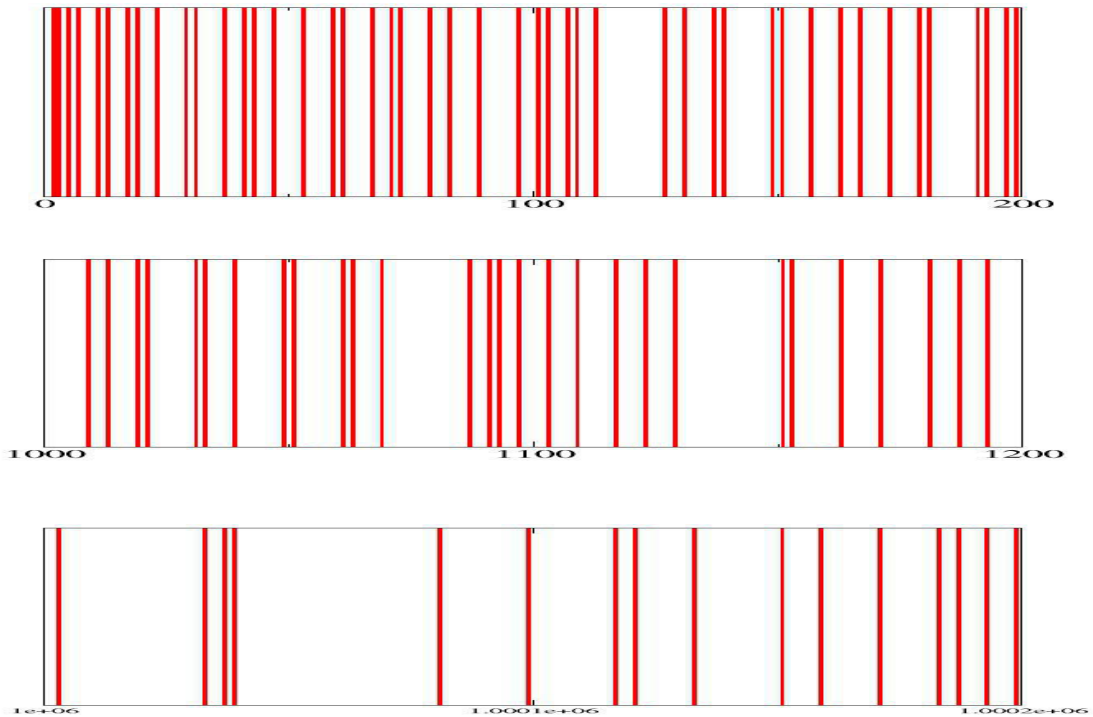
Problema 8 de Hilbert (1990)





El azar en los primos

El “espectro” de los primos

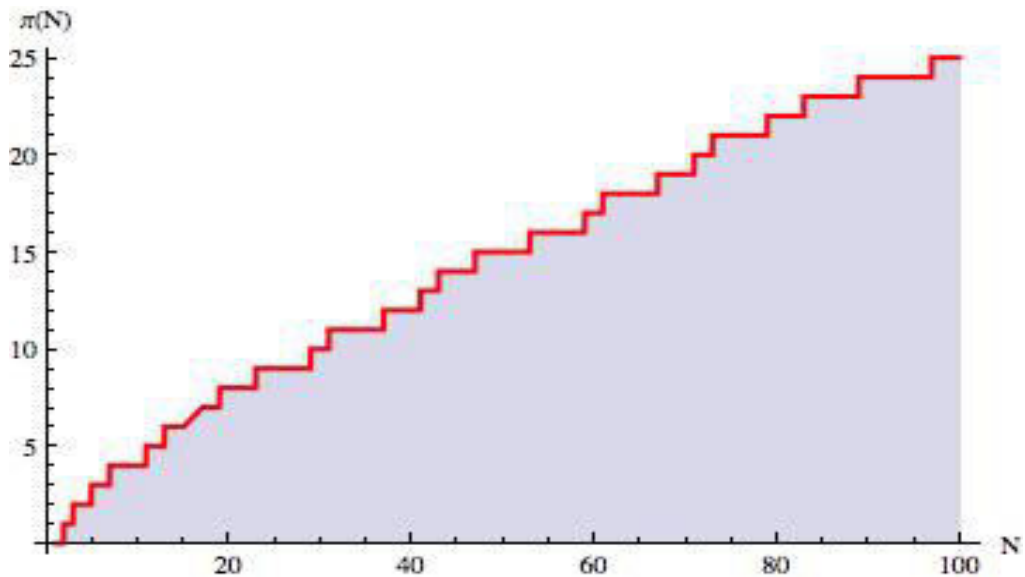


Los primos parecen distribuidos al azar

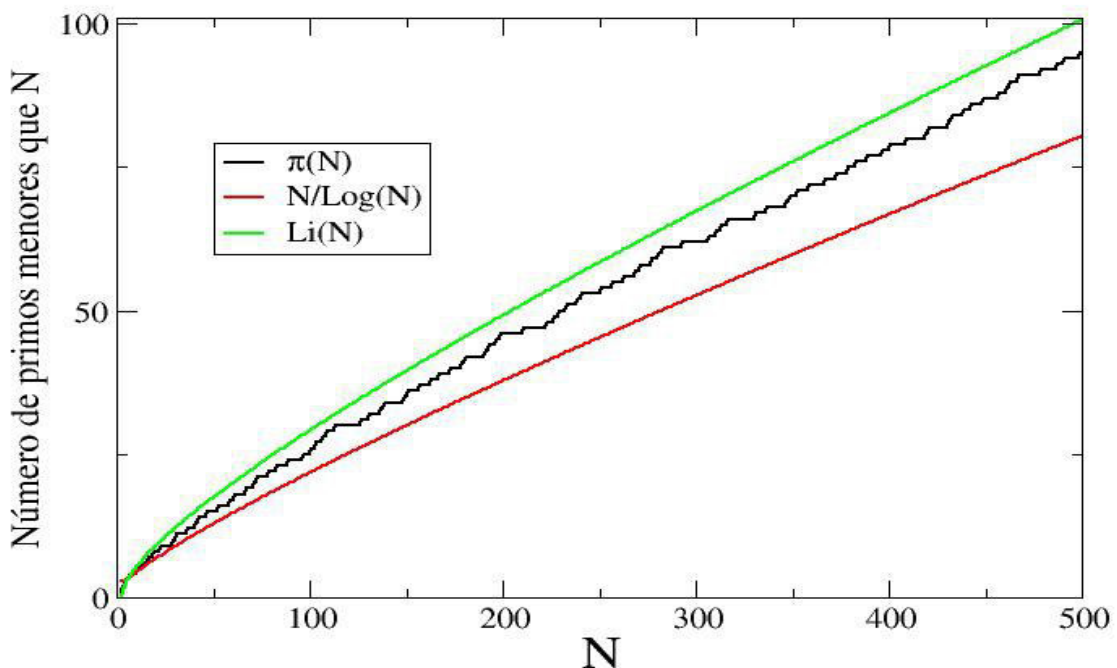


Orden en los primos

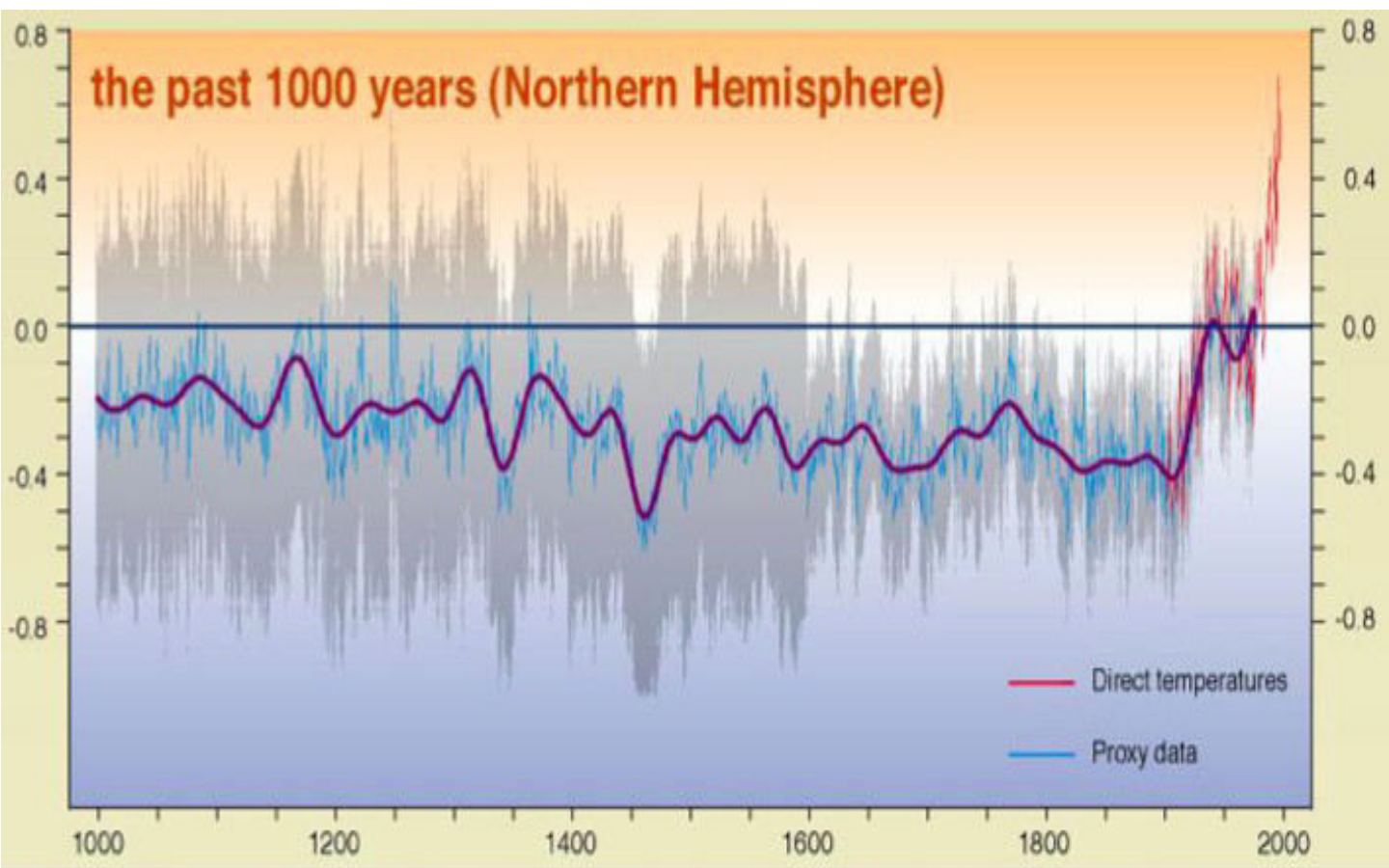
$\pi(N) =$ Número de primos menores que N



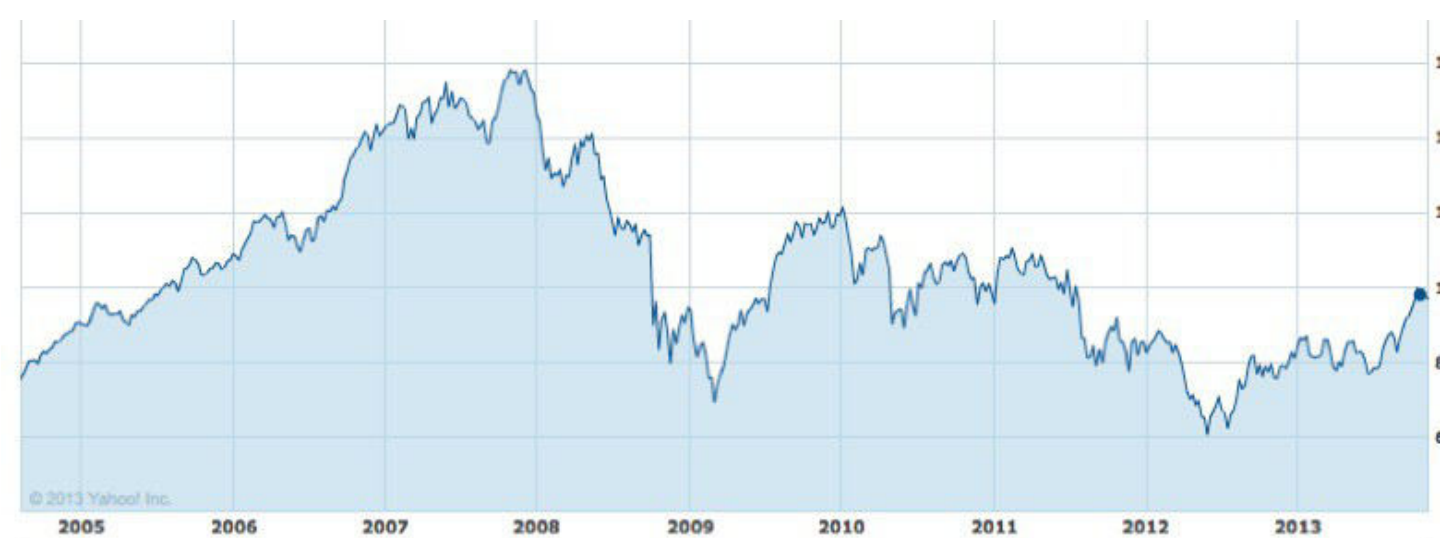
$\pi(x) \approx Li(x)$ Ley de Gauss



Fluctuaciones Climáticas (IPCC)



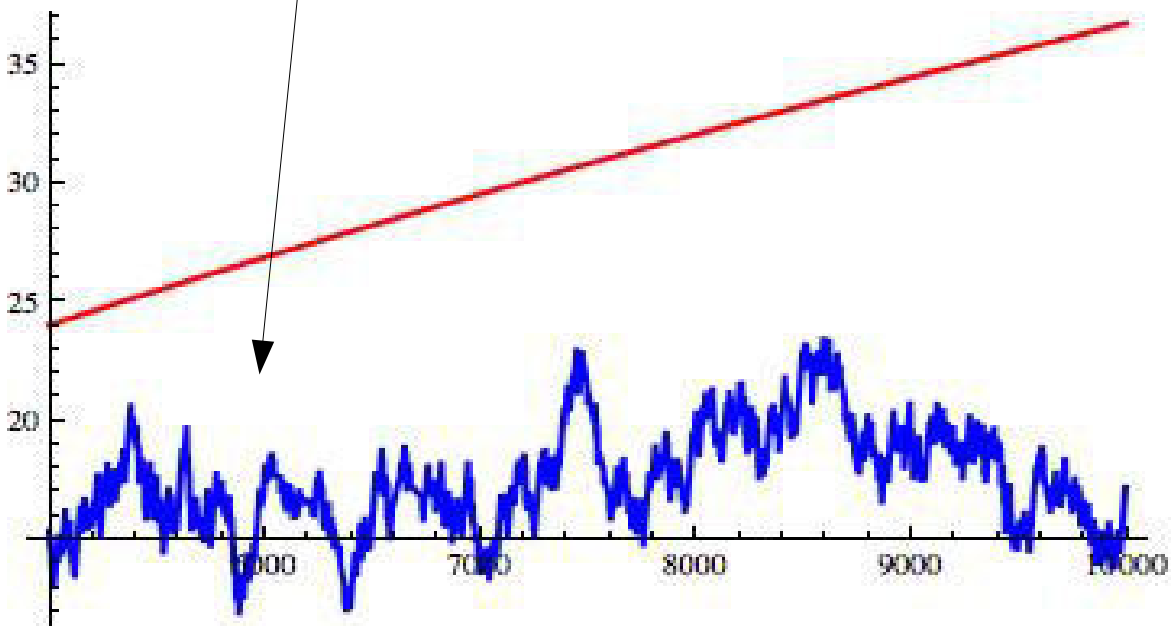
Fluctuaciones en la Bolsa (IBEX-35)



Hipótesis de Riemann:

Las fluctuaciones de los primos están bajo control

$$|\pi(x) - Li(x)| < \frac{1}{8\pi} \sqrt{x} \log x$$



Máximo valor conocido (Ph thesis Platt 2012)

$$\pi(10^{24}) = 18\,435\,599\,767\,349\,200\,867\,886 \approx 1.8 \cdot 10^{22}$$

$$Li(10^{24}) - \pi(10^{24}) \approx 1.7 \cdot 10^{10}$$

La Mecánica Cuántica y la Teoría de Números

- 1) Factorizar número enteros
- 2) Contar cuántos primos hay menores que N
- 3) La música de los ceros de Riemann

Los primos y Wall Street

Los primos son claves para la seguridad en Internet: seguridad nacional, transacciones bancarias, etc.

Multiplicar es fácil

$$p1 \times p2 = n$$

Factorizar es difícil

$$n = p1 \times p2$$

RSA-1024

Premio: \$100,000

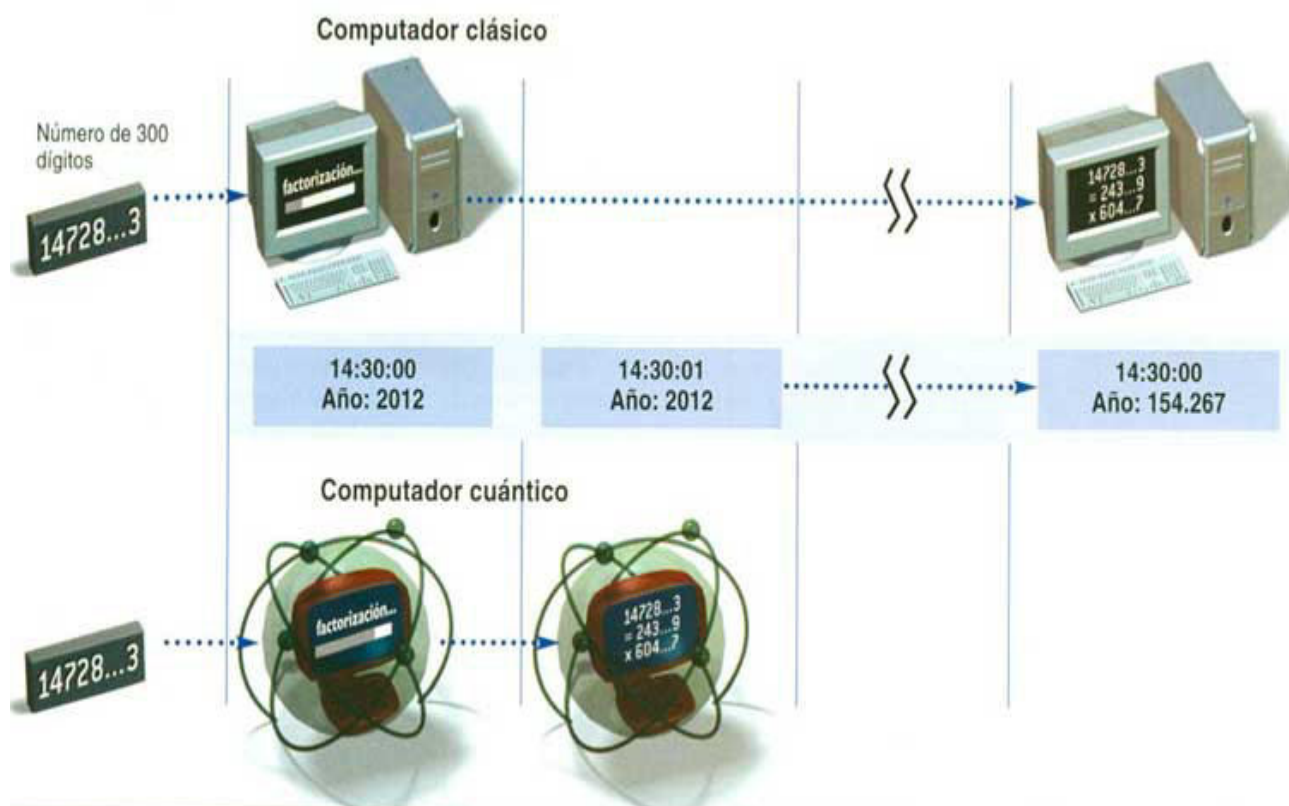
Por descomponer en producto de 2 primos el número de 309 dígitos decimales:

13506641086599522334960321627880596993888
147560566 70275244851438515265106048595338
33940287150571909441798207282164471551373
68041970396419174304649658927425623934102
08643832021103729587257623585096431105640
73501508187510676594629205563685529475213
50085287941637732853390610975054433499981
1150056977236890927563

Factorizar es fácil “cuánticamente”

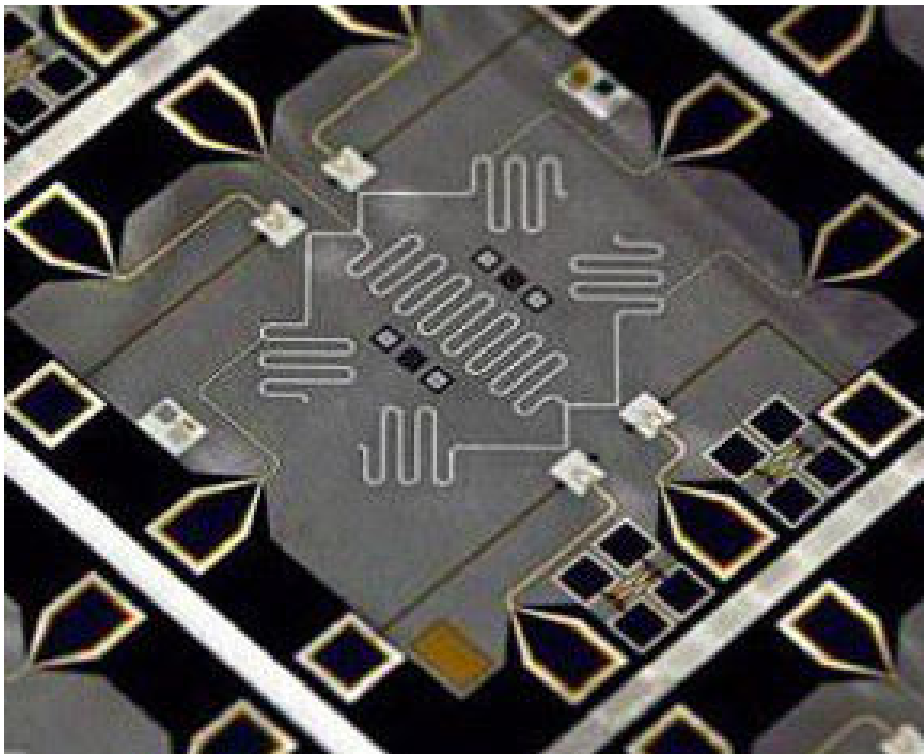
La Mecánica Cuántica tiene que ver con ONDAS
Las ONDAS tienen períodos

En 1994 Peter Shor redujo el problema de factorizar números al de encontrar períodos usando un Ordenador Cuántico.



!! Y es posible !!

$$15 = 3 \times 5$$



U.California Santa Bárbara

Ordenador Clásico

Unidad mínima de información

BITS: 0 y 1

n-bits \rightarrow números del 0 hasta el $2^n - 1$

Ejemplo n = 3 bits

0 \rightarrow 000

1 \rightarrow 001

2 \rightarrow 010

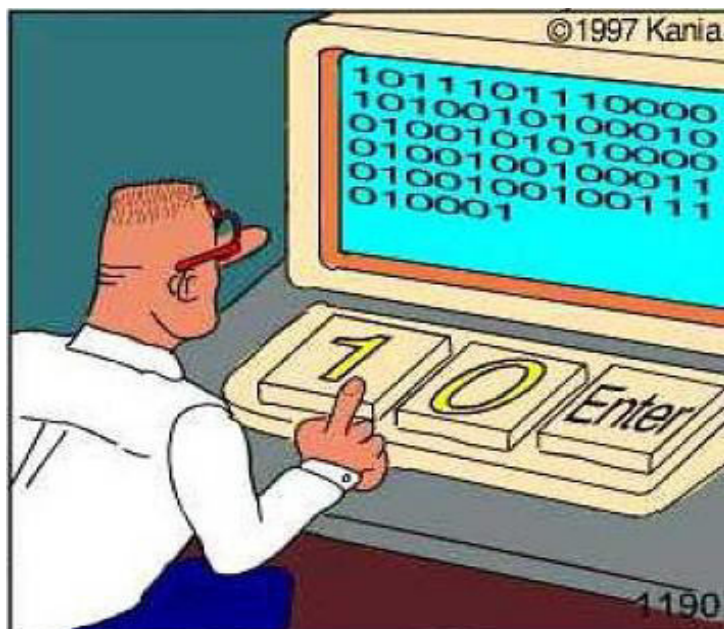
3 \rightarrow 011

4 \rightarrow 100

5 \rightarrow 101

6 \rightarrow 110

7 \rightarrow 111

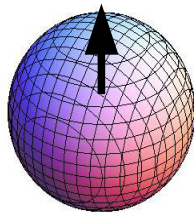


Ordenador cuántico

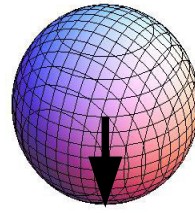
Unidad mínima de información

QUBITS: $|0\rangle, |1\rangle$

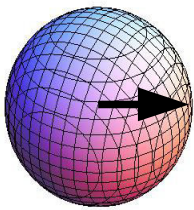
$|0\rangle$



$|1\rangle$



Superposición de qubits

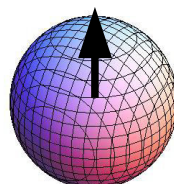


$|0\rangle + |1\rangle$

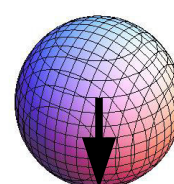


gato de Schroedinger

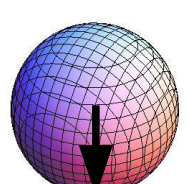
$|0\rangle$



$|1\rangle$



$|1\rangle$



$|3\rangle = |0\rangle|1\rangle|1\rangle$

El estado cuántico de los primos

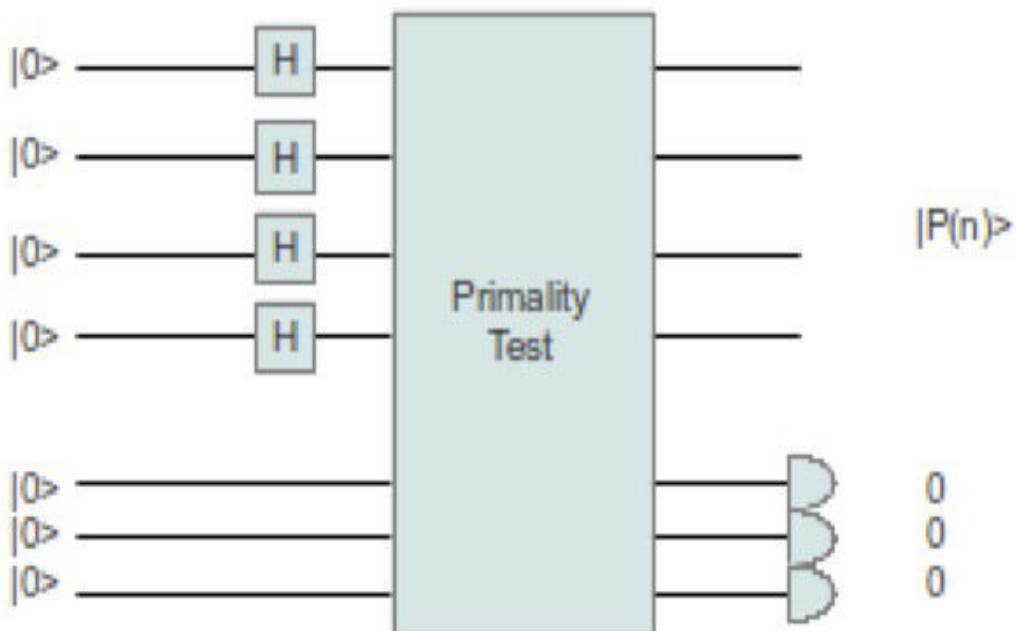
J. I. Latorre y GS (2013)

n-QBITS: superposición cuántica de los primos menores que 2^n

$$|Primos \langle 8 \rangle\rangle = \frac{1}{\sqrt{4}} (|2\rangle + |3\rangle + |5\rangle + |7\rangle)$$



Circuito cuántico que genera el estado “Primos”



Contar es medir propiedades físicas

Ejemplo: “medir” $\pi(10^{24})$ requiere 80 qubits

Muchos menos que los 1000 qubits necesarios en el algoritmo de Shor para factorizar un número de 300 dígitos

Verificar la Hipótesis de Riemann para números inalcanzables clásicamente.

Un ordenador cuántico podría falsificar la HR pero NO demostrarla.

Empieza la función zeta



Euler (1707-1783)



Riemann (1826-1866)

Construyeron la Piedra Roseta de los números:
la función zeta

$$\zeta(s)$$

Las tres "escrituras" de zeta

Sumando sobre números enteros:

$$\zeta (s) = \sum \frac{1}{n^s} \quad \text{Euler}$$

Multiplicando sobre números primos:

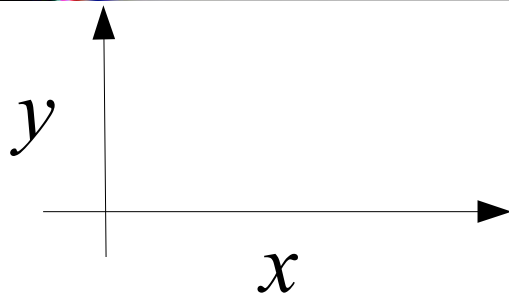
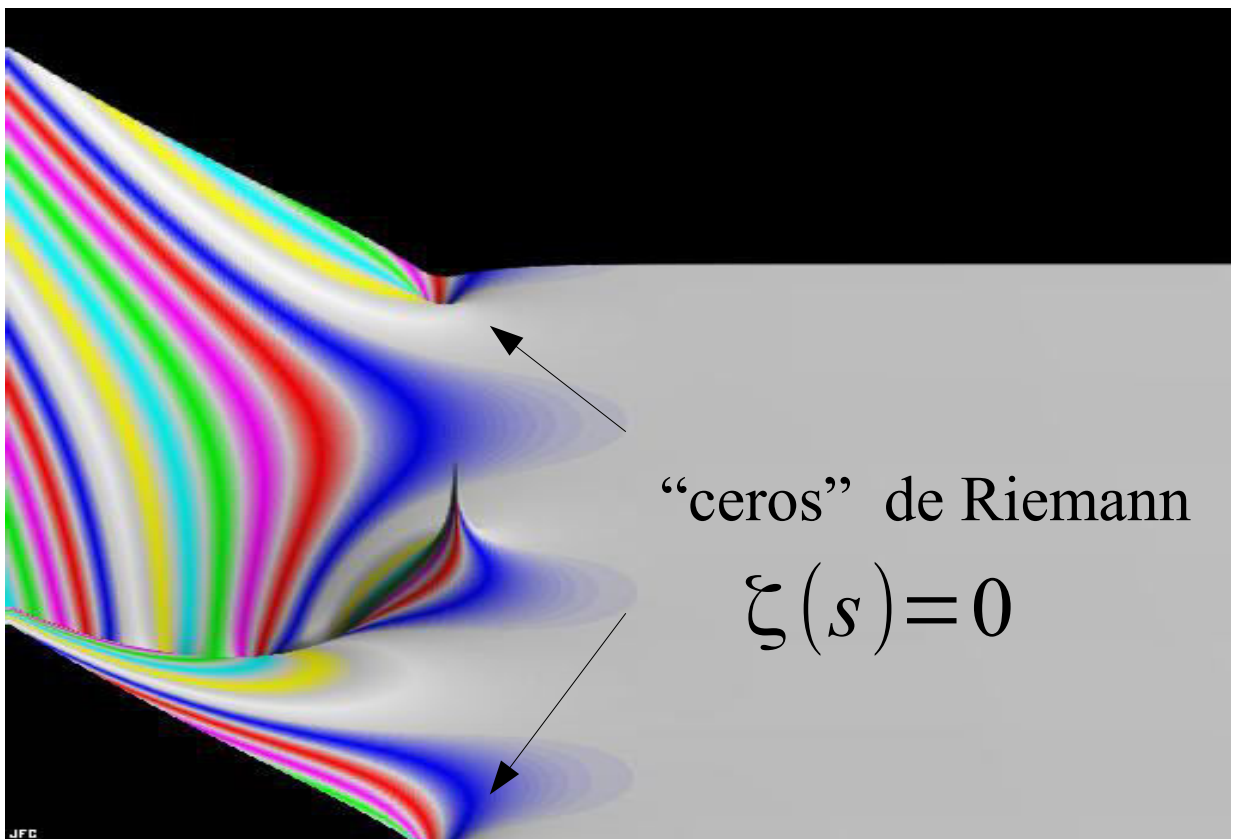
$$\zeta (s) = \prod \frac{p^s}{p^s - 1} \quad \text{Euler}$$

Multiplicando sobre los "ceros" de Riemann:

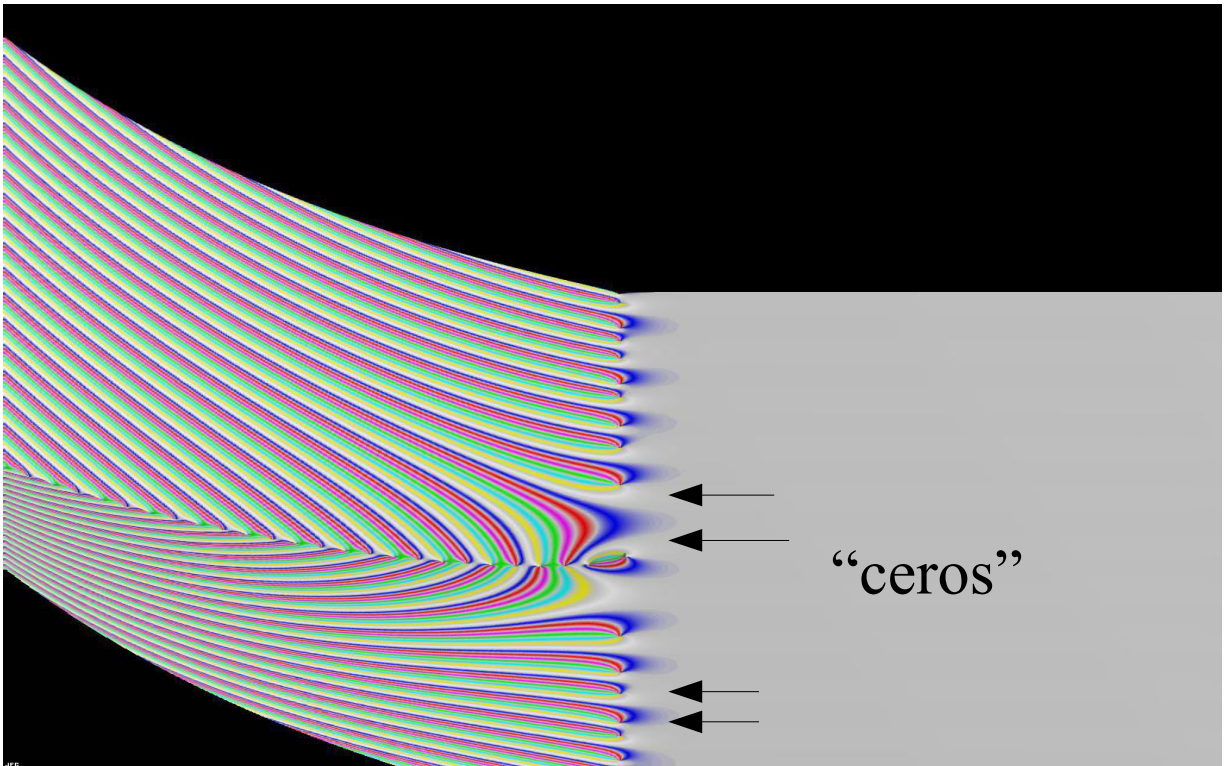
$$\zeta (s) \propto \prod (s - \rho) \quad \text{Riemann}$$

El territorio zeta

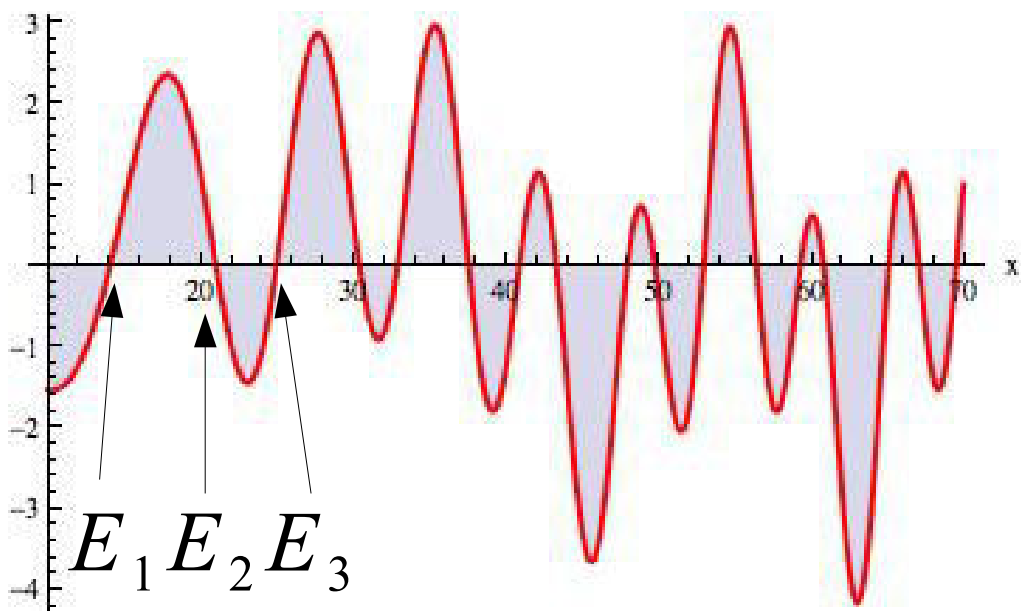
$$\zeta(s) \quad s = x + iy$$



Hay infinitos “ceros” de Riemann

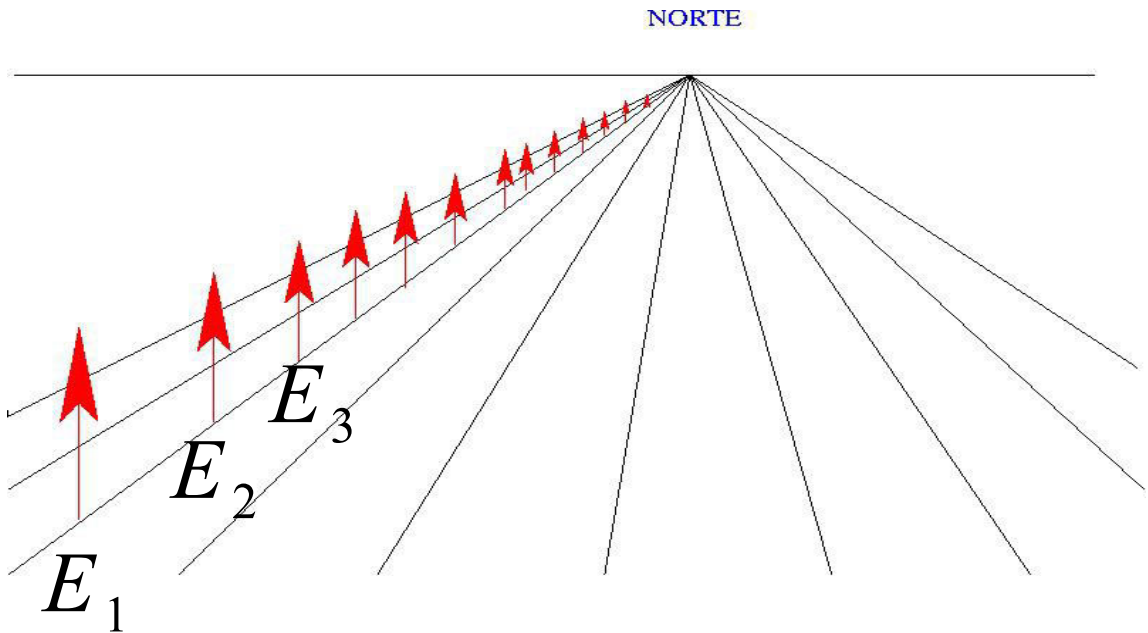


$$\zeta(1/2 + i E_n) = 0$$

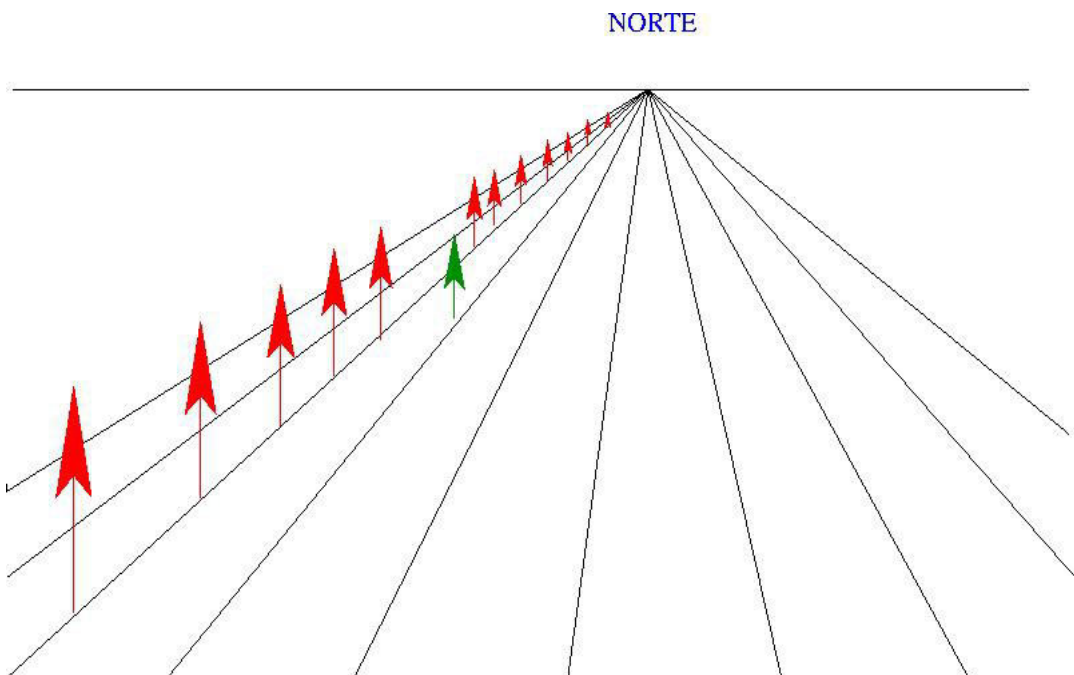


¿Todos en fila?

Si la HR es verdadera todos los E_n números reales



Si la HR es falsa : existe algún E_n que es complejo



Hipótesis de Riemann: Hay música en los Primos




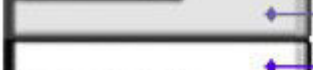
















Michael Berry

MÚSICA : Señal que se puede descomponer en una suma discreta de ondas “puras”

Onda pura → Nota musical → Frecuencia

Herzios (Hz) = ciclos por segundo

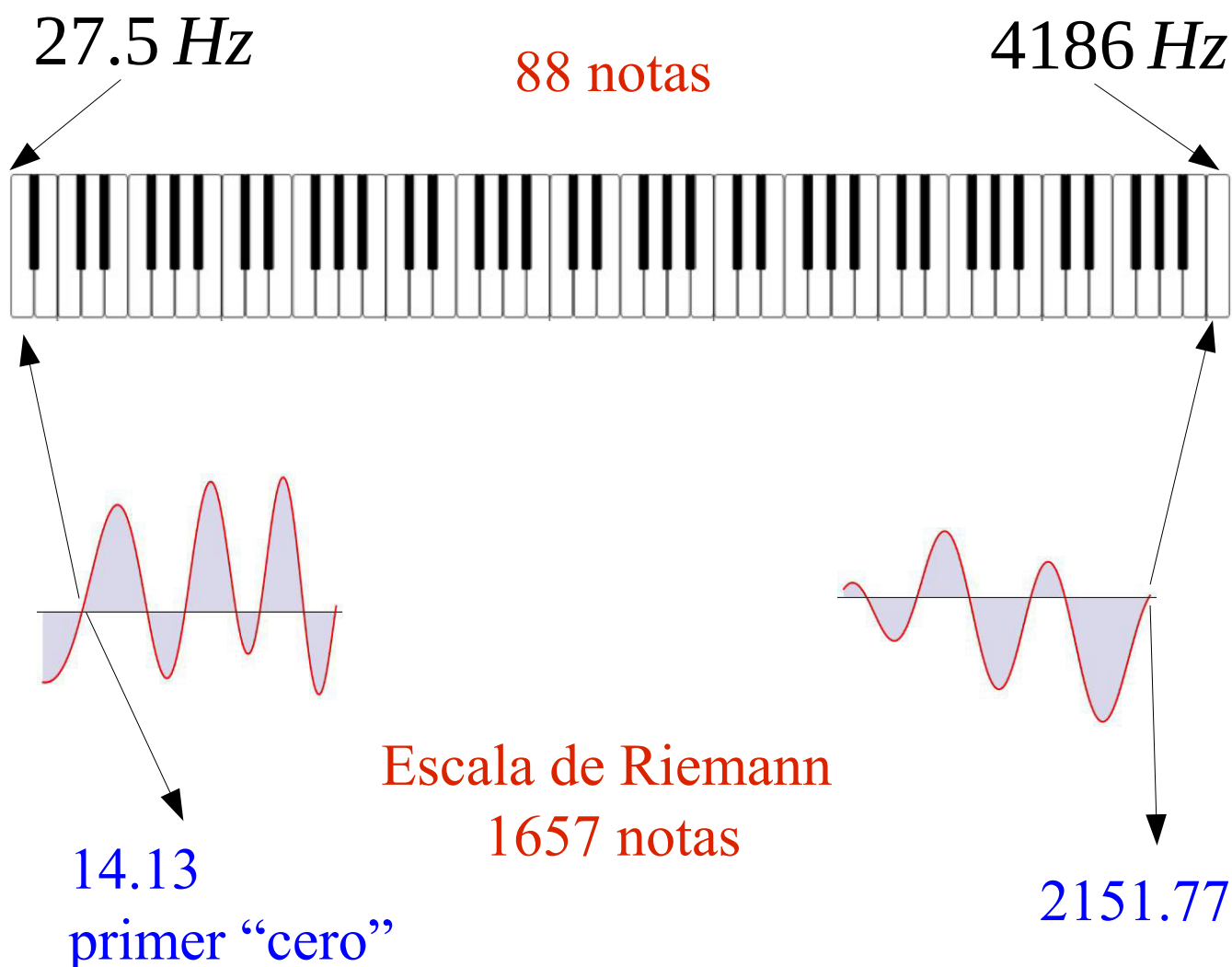
			(Hz)
	E	Mi	659.26
	D# (Eb)	Re # (Mi b)	622.25
	D	Re	587.33
	C# (Db)	Do # (Re b)	554.37
	C	Do	523.25
	B	Si	493.88
	A# (Bb)	La # (Si b)	466.16
	A	La	440.00
	G# (Hb)	Sol # (La b)	415.30
	G	Sol	392.00
	F# (Gb)	Fa # (Sol b)	369.99
	F	Fa	349.23
	E	Mi	329.63
	D# (Eb)	Re # (Mi b)	311.13
	D	Re	293.66
	C# (Db)	Do # (Re b)	277.18
	C	Do	261.63
	B	Si	246.94
	A# (Bb)	La # (Si b)	233.08
	A	La	220.00
	G# (Hb)	Sol # (La b)	207.65
	G	Sol	196.00
	F# (Gb)	Fa # (Sol b)	185.00

Señal : Fluctuaciones de los Primos

$$\pi(x) - Li(x)$$

Para “oir” los primos asociamos x con el tiempo

Los ceros de Riemann son “notas musicales”



La escala de Riemann
60 notas a intervalos de 0.3 segundos

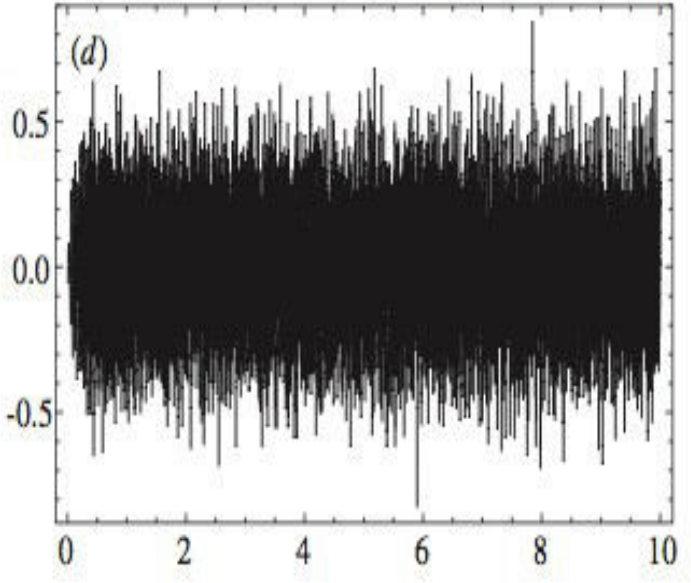
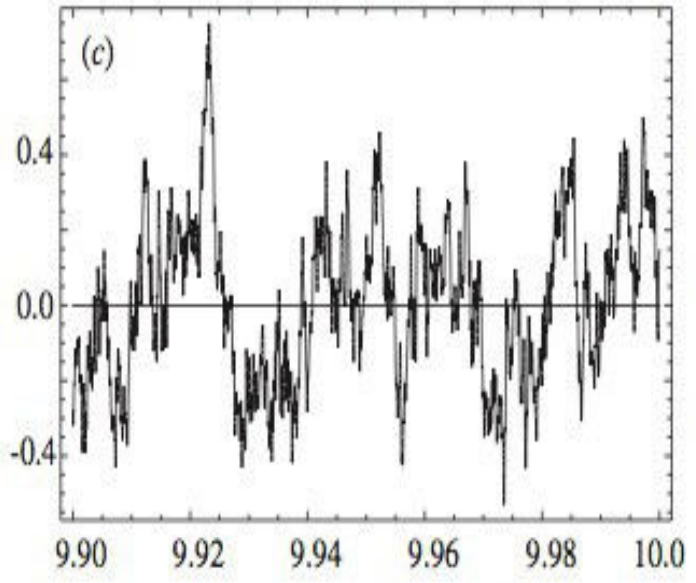
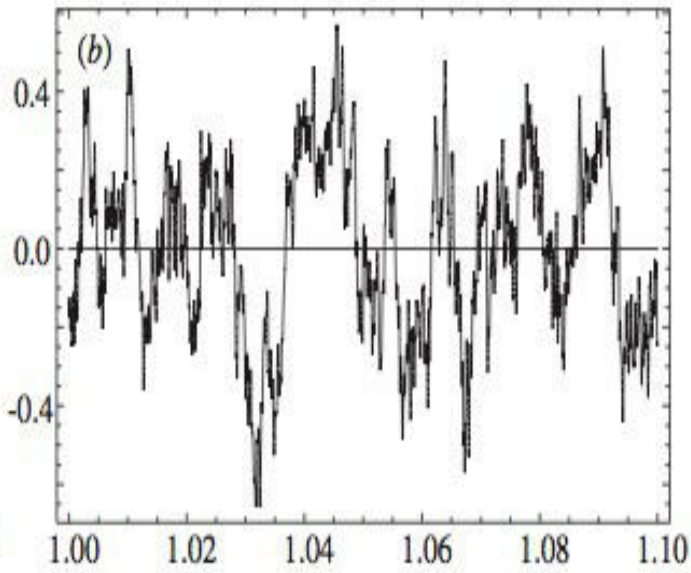
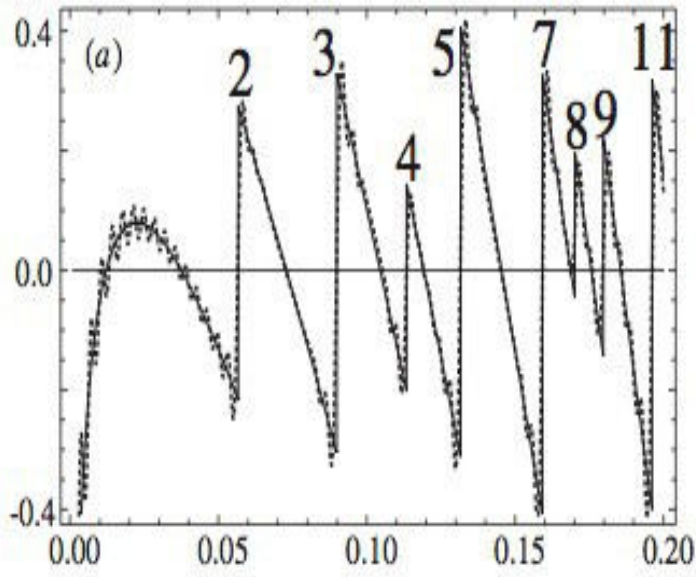


La música de los Primos
Tocando los 1657 “ceros” en 10 segundos



Los primos más bajos





$\tau(s)$ →

El oído no es capaz de distinguir los saltos de los primos y sus potencias

La música de los primos es FRACTAL

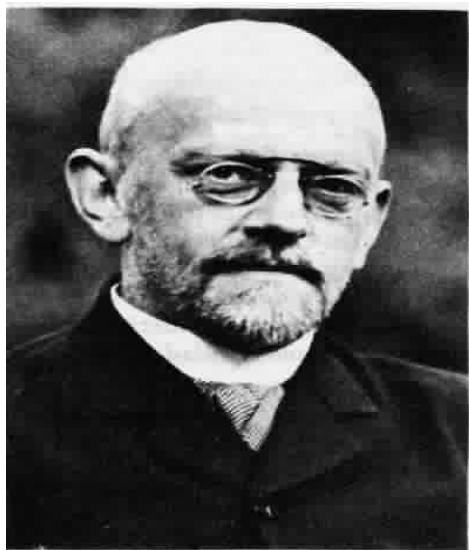
“Notas” de Riemann son frecuencias ν

En Mecánica Cuántica las frecuencias son energías

$$E = h \nu$$



Idea loca: existe un sistema físico cuyas frecuencias/energías son los ceros de Riemann



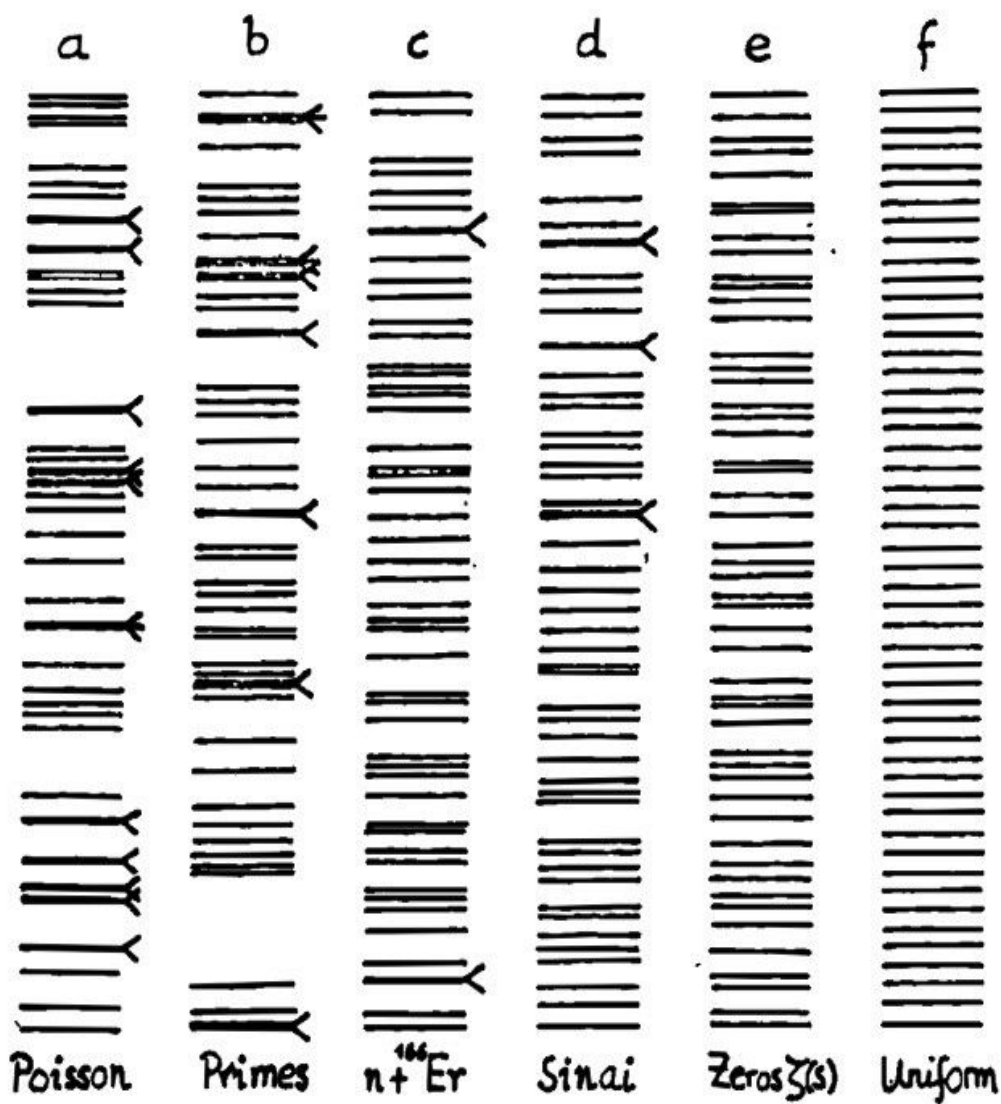
Hilbert



Pólya

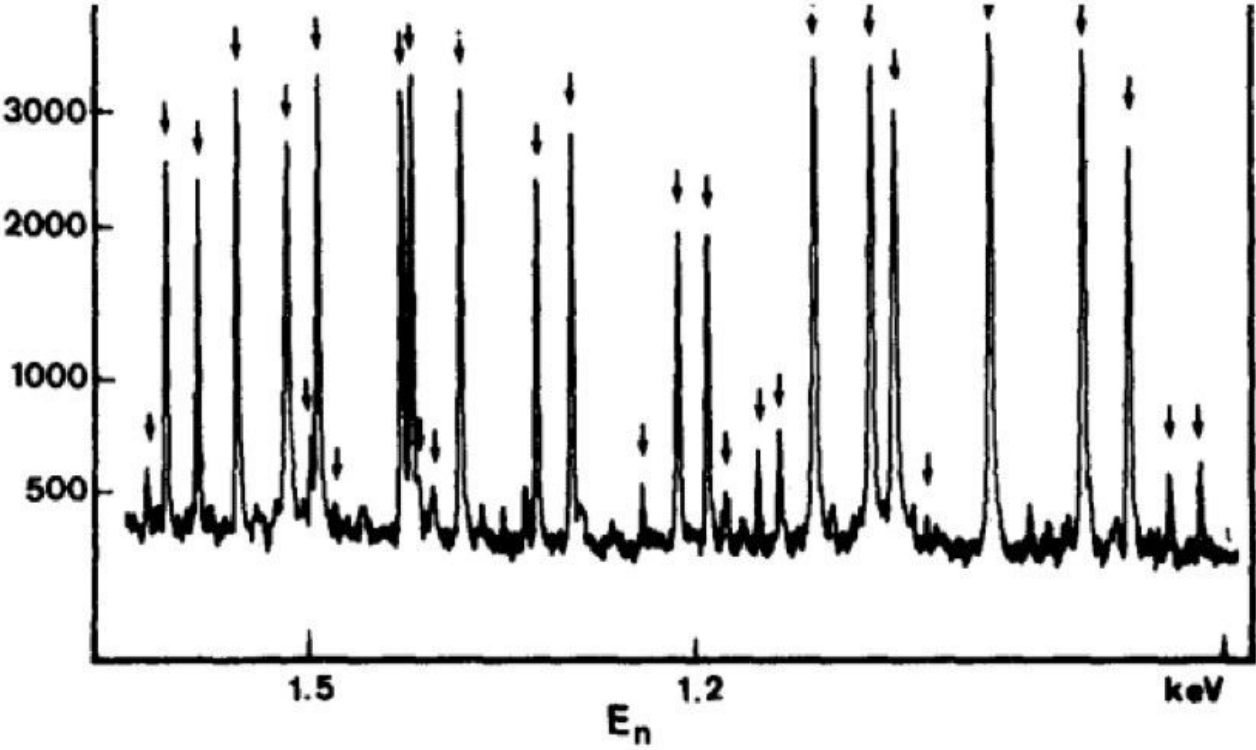
Si existe \rightarrow Prueba de la Hipótesis de Riemann

Los “ceros” son el espectro de qué cosa?

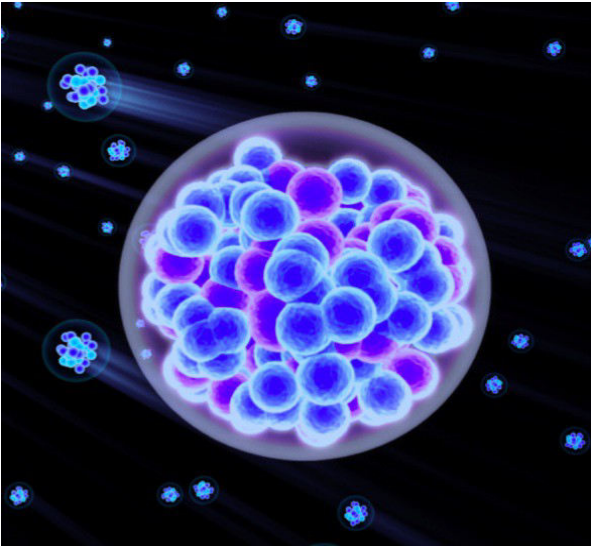


Bohigas, Gianonni
(1937-2013)

Espectro de resonancias del núcleo de Gadolinium

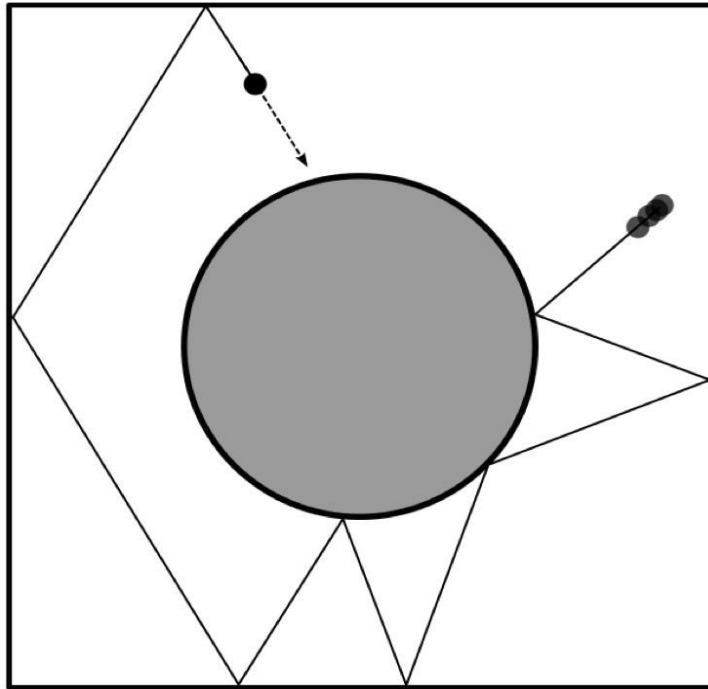


¿Serán los ceros de Riemann el espectro de un núcleo?



Riemannium

El billar de Sinai



Caos clásico:

casi todas las trayectorias recorren toda la mesa
menos unas pocas que son cerradas

Caos cuántico:

Las energías cuánticas son aleatorias

El billar de Riemann



Michael Berry



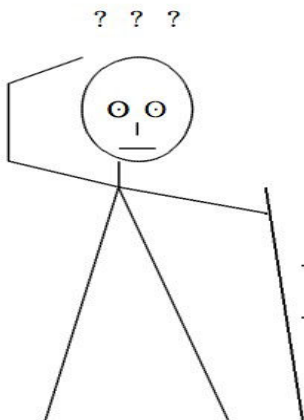
Jon Keating

Reglamento

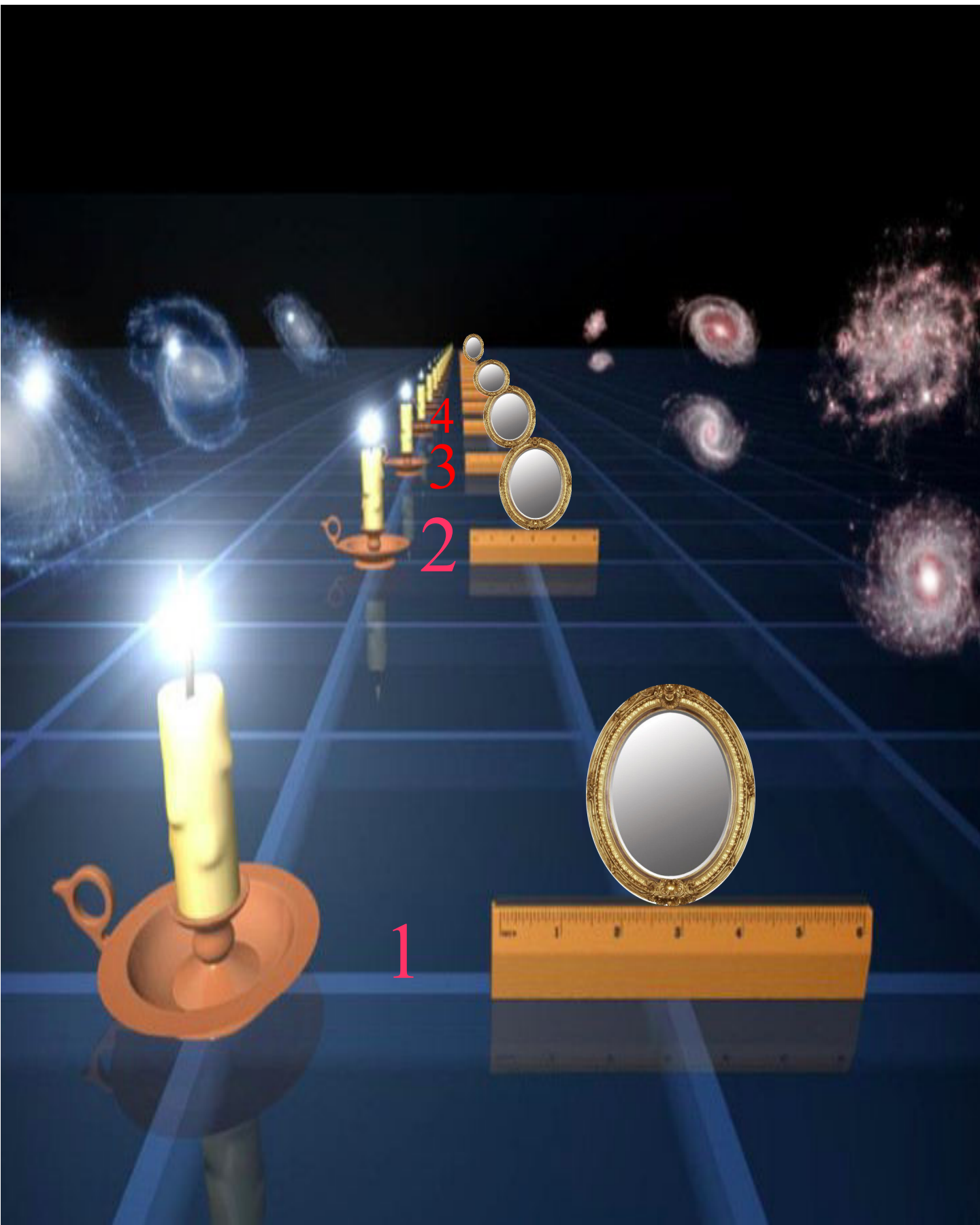
- Órbitas periódicas asociadas a los primos
- Energías cuánticas asociadas a los “ceros”

Addendum

- El billar es “unidimensional”



¿El billar de Riemann?



Reglas de construcción

- El “billar” está en el espacio-tiempo plano
- Espejos semireflectantes en las posiciones $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ y con aceleraciones $a = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
- Las “bolas” son electrones sin masa

Propiedades

- Las órbitas están asociadas a los primos
- En promedio las energías son los ceros de Riemann “suavizados”. Las energías exactas no se conocen aún.
- La equivalencia: Aceleración \leftrightarrow Gravedad implica que el borde del “billar” es horizonte de sucesos similar al de un agujero negro!!
- El billar está “caliente”, tiene una temperatura de Hawking que varía con la distancia al horizonte.

Conclusión

La Mecánica Cuántica y la Teoría de la Relatividad pueden ayudar a resolver la Hipótesis de Riemann.

Dios no sólo juega a los dados sino que a veces los lanza donde nos los vemos (Hawking)

La pregunta es saber dónde y cómo los ha lanzado



Agradecimientos

Angel U., David C. y Alberto C. por la organización de la Semana de 15 días en la Residencia

Javi RL, José Ignacio LT, Belén P y Giovanni R por la Física

Jesús M y Pepe O por los ánimos

Laura y Marina por la Música Filial

Miriam, Carlos, Elba y Patricia por la Fraternidad

Nicolás y Patricio por la Meteo y el Trastévere

Paco y Mila por sus 60's

Bea por φ y Φ

Y a todos vosotros por el INTERÉS y la PACIENCIA